

ESERCIZI

Applicando le regole per assegnare un costo alle istruzioni, calcola la complessità computazionale (ossia la funzione $T(N)$) delle seguenti tre funzioni (`dummy1()`, `dummy2()` e `dummy3()`).

Dopo di ciò, calcola la complessità computazionale all'intero algoritmo **AllTogetherNow**

```

FUNZIONE dummy1 (REF a: INT, VAL b: INT) : INT
x : INT
INIZIO
Leggi(x)
a ← x - b + a
SE (a > b)
  ALLORA
    SE (x < 0)
      ALLORA
        x ← x + 2
        a ← b DIV a
      ALTRIMENTI
        b ← a - b + x
    FINE SE
  ALTRIMENTI
    a ← x - b + a
    Scrivi (x)
    Scrivi (b)
FINE SE
a ← a - b + 1
b ← 2*a
RITORNA (x - a + b)
FINE
  
```

Svolgimento:

$$T_{\text{dummy1}}(N) = \begin{matrix} \text{Leggi} \\ x \end{matrix} \text{ Ass} \begin{matrix} \text{TEST} \\ a \\ \text{SE} \end{matrix} + \text{Costo}_{1^{\circ}\text{SE}} + \begin{matrix} \text{ASS} \\ a \end{matrix} \begin{matrix} \text{ASS} \\ b \end{matrix} \text{ RITORNA} = 1 + 1 + 1 + \text{Costo}_{1^{\circ}\text{SE}} + 1 + 1 + 1$$

Calcoliamo a parte il costo del 1° SE

$$\text{COSTO}_{1^{\circ}\text{SE}} = \begin{matrix} \text{TEST} \\ 1^{\circ}\text{SE} \end{matrix} = 1 + \text{MAX}(\text{COSTO}_{\text{ALLORA}}, \text{COSTO}_{\text{ALTRIMENTI}}) \text{ dove:}$$

$$\text{COSTO}_{\text{ALLORA}} = \begin{matrix} \text{TEST} \\ 2^{\circ}\text{SE} \end{matrix} + \text{RAMO}_{\text{ALLORA}} = \begin{matrix} \text{TEST} \\ 2^{\circ}\text{SE} \end{matrix} + \begin{matrix} \text{ASS} \\ x \end{matrix} + \begin{matrix} \text{ASS} \\ a \end{matrix} = 1 + 1 + 1 = 3$$

$$\text{COSTO}_{\text{ALTRIMENTI}} = \begin{matrix} \text{ASS} \\ a \end{matrix} + \begin{matrix} \text{Scrive} \\ x \end{matrix} + \begin{matrix} \text{Scrive} \\ b \end{matrix} = 1 + 1 + 1 = 3$$

N.B. I due rami hanno medesimo COSTO

Quindi in definitiva avremo:

$$T_{\text{dummy1}}(N) = 1 + 1 + 1 + 3 + 1 + 1 + 1 = 9$$

FUNZIONE dummy2 (REF a: INT, VAL b: INT) : INT

k, i : INT

INIZIO

Leggi(n)

k ← 10

a ← k - a + b

PER i ← 1 **A** n **ESEGUI**

 b ← a - b

SE (a < b)

ALLORA

 a ← b - a + 1

 b ← b - 1

ALTRIMENTI

 Scrivi (a)

FINE SE

 i ← i + 1

FINE PER

k ← 3*a - 2*b + 1

RITORNA (k)

FINE

Svolgimento:

$$T_{\text{dummy2}}(N) = \begin{array}{cccccccccccccccc} & \text{Leggi} & \text{Ass} & \text{Ass} & \text{Ass} & & \text{TEST} & \text{Ass} & \text{TEST} & \text{Ass} & \text{Ass} & \text{Incr} & & \text{TEST} & \text{Ass} & \text{RITORNA} \\ & n & k & a & i & & \text{PER} & b & \text{SE} & a & b & i & & \text{fin} & k & & \\ T_{\text{dummy2}}(N) = & 1 & + 1 & + 1 & + 1 & + & n * (& 1 & + 1 & + 1 & + & \underbrace{(1 + 1)}_{\text{RAMO ALLORA}} & + 1 &) & + 1 & + 1 & + 1 \end{array}$$

$$T_{\text{dummy2}}(N) = 4 + n * (6) + 3$$

$$T_{\text{dummy2}}(N) = 6 * n + 7$$

FUNZIONE dummy3 (VAL a: INT, REF b: INT) : INT

k, i, j : INT

INIZIO

Leggi(n)

k ← 20

PER i ← 1 **A** n **ESEGUI**

 j ← 0

MENTRE (j ≤ n) **ESEGUI**

 a ← a - b

 b ← 2*b - a

 k ← a - b + 2*k

 j ← j + 1

FINE MENTRE

 i ← i + 1

FINE PER

RITORNA (k)

FINE

Svolgimento:

$$T_{\text{dummy3}}(N) = \overset{\text{Leggi}}{1} + \overset{\text{Ass}}{1} + \overset{\text{RITORNA}}{1} + \text{COSTO_PER} + 1 = 3 + \text{COSTO_PER}$$

Calcoliamo a parte il costo del ciclo PER

$$\text{COSTO_PER} = \overset{\text{Ass}}{1} + \overset{\text{TEST}}{1} + \overset{\text{Ass}}{1} + \text{COSTO_MENTRE} + \overset{\text{Incr}}{1} + \overset{\text{TEST}}{1} = 2 + n*(3 + \text{COSTO_MENTRE})$$

Calcoliamo a parte il costo del ciclo MENTRE

$$\text{COSTO_MENTRE} = \overset{\text{TEST}}{1} + \overset{\text{Ass}}{1} + \overset{\text{Ass}}{1} + \overset{\text{Ass}}{1} + \overset{\text{Incr}}{1} + \overset{\text{TEST}}{1} = (n+1)*5 + 1 = 5*n + 6$$

Sostituendo quanto trovato all'indietro si ottiene:

$$\text{COSTO_PER} = 2 + n*(3 + \text{COSTO_MENTRE}) = 2 + n*(3 + 5*n + 6) = 5*n^2 + 9*n + 2$$

Ed infine:

$$T_{\text{dummy3}}(N) = 3 + \text{COSTO_PER} = 3 + 5*n^2 + 9*n + 2 = 5*n^2 + 9*n + 5$$

ALGORITMO AllTogetherNow

PROCEDURA main()

x, y, k : INT

INIZIO

Leggi(x)

Leggi(y)

k ← x - y

SE (x > y)

ALLORA

x ← k + x

y ← dummy1(k, x)

FINE SE

x ← dummy2(y, k)

k ← dummy3(x, y)

RITORNA

FINE

Svolgimento:

$$T(N) = \begin{array}{cccccccccccc} & \text{Leggi} & \text{Leggi} & \text{Ass} & \text{TEST} & \text{Ass} & \text{Ass+Call} & & \text{Ass+Call} & & \text{Ass+all} & & \text{RIT} \\ & x & y & k & \text{SE} & x & y & \text{Fun} & x & \text{Fun} & k & \text{Fun} & \\ T(N) = & 1 & + & 1 & + & 1 & + & 1 & + & 1 & + & 2 & + T_{\text{dummy1}}(N) & + & 2 & + & T_{\text{dummy2}}(N) & + & 2 & + & T_{\text{dummy3}}(N) & + & 1 \end{array}$$

RAMO ALLORA

$$T(N) = 12 + T_{\text{dummy1}}(N) + T_{\text{dummy2}}(N) + T_{\text{dummy3}}(N)$$

$$T(N) = 12 + 9 + 6*n + 7 + 5*n^2 + 9*n + 5$$

$$T(N) = 5*n^2 + 15*n + 33$$